KETTENREGEL

Ist $f = u \circ v$ mit $f(x) = u(v(x))$ eine Verkettung zweier differenzierbarer Funktionen *u* und *v*, so ist auch *f* differenzierbar, und es gilt:

$$f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x).$$

Beispiel 1

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion *f* mit $f(x) = (1-\cos(x))^2$.

Lösung:

$$\boxed{u(x) = x^2 \quad \longrightarrow \quad u'(x) = 2 \cdot x^1}$$

$$\boxed{v(x) = 1 - \cos(x) \;\longrightarrow\; v'(x) = \sin(x) \qquad\qquad u'(v(x)) = 2 \cdot (1-\cos(x))}$$

$$\boxed{f(x) = u(v(x)) \quad \longrightarrow \quad f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)}$$

$$f(x) = (1-\cos(x))^2$$

$$f'(x) = 2 \cdot (1-\cos(x))^1 \cdot (-(-\sin(x)) = 2 \cdot \sin(x) \cdot (1-\cos(x)).$$

Beispiel 2

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion *f* mit $f(x) = (2x+1)^3$.

Lösung:

$$\boxed{u(x) = x^3 \quad \longrightarrow \quad u'(x) = 3 \cdot x^2}$$

$$\boxed{v(x) = 2x+1 \;\longrightarrow\; v'(x) = 2 \qquad\qquad u'(v(x)) = 3 \cdot (2x+1)^2}$$

$$\boxed{f(x) = u(v(x)) \quad \longrightarrow \quad f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)}$$

$$f(x) = (2x+1)^3$$

$$f'(x) = 3 \cdot (2x+1)^2 \cdot 2 = 6 \cdot (2x+1)^2.$$