

ORTSKURVE

Ortskurven sind Kurven, die durch eine Parametrisierung beschrieben werden:

$$\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \phi(t) \end{cases}.$$

Eine parameterfreie Darstellung der Ortskurve wird durch Eliminierung des Parameters t erreicht.

Aufgabe 1

Für jedes $t \in \mathbb{R}$ ist die Funktion f_t gegeben durch $f_t(x) = -\frac{1}{2}x^4 + t^2x^2$; $x \in \mathbb{R}$.

Das Schaubild von f_t heißt K_t . Bestimmen Sie die Ortskurve der Hochpunkte aller K_t .

Aufgabe 2

Für jedes $t > 0$ ist eine Funktion f_t definiert durch $f_t(x) = 3x - t^2x^3$.

K_t ist das Schaubild von f_t . Bestimmen Sie die Gleichung der Ortslinie der Tiefpunkte aller K_t .

Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktionenschar f_t mit $f_t(x) = \frac{1}{4t}x^4 - tx^2 - 1$; $t > 0$.

K_t sei das Schaubild von f_t . Bestimmen Sie die Ortskurve der Tiefpunkte aller K_t .

Aufgabe 4

Gegeben ist die Funktion f_t durch $f_t(x) = \frac{t^2}{3}x^3 - 4tx^2 + \frac{2}{3}x$. Ihr Schaubild sei K_t .

Bestimmen Sie die Ortskurve der Wendepunkte aller K_t .

Aufgabe 5

Gegeben ist die Funktion f_t durch $f_t(x) = \frac{1}{9} \cdot x \cdot \left(\frac{x}{t} - 3\right)^2, t > 0$.

Ihr Schaubild sei K_t . Geben Sie die Ortskurve der Hochpunkte von K_t an.

Aufgabe 6

Gegeben ist die Funktion f_t durch $f_t(x) = \frac{1}{t^2} \cdot x^3 - \frac{1}{t} \cdot x^2; x \in \mathbb{R}; t \in \mathbb{R}_+^*$.

Ihr Schaubild sei K_t . Zeigen Sie, dass die Wendepunkte aller Schaubilder K_t auf einer Geraden liegen. Bestimmen Sie die Gleichung dieser Geraden.

Aufgabe 7

Gegeben ist die Funktion f_t durch $f_t(x) = \frac{x}{t^2} \cdot e^{-t \cdot x}; t > 0$.

K_t ist das Schaubild von f_t . Bestimmen Sie die Gleichung der Ortskurve der Hochpunkte aller K_t .

Aufgabe 8

Für jedes $t > 0$ ist eine Funktion f_t definiert durch $f_t(x) = \frac{1}{x} - \frac{t^2}{x^3}; x \neq 0$.

K_t ist das Schaubild von f_t . Bestimmen Sie die Gleichung der Ortskurve der Tiefpunkte aller K_t .

Aufgabe 9

Gegeben ist die Funktion f_t durch $f_t(x) = (2x - t) \cdot e^{\frac{x}{t}}; t > 0$.

Ihr Schaubild ist K_t . Bestimmen Sie die Koordinaten des Wendepunkts W_t .

Zeigen Sie, dass die Wendepunkte aller K_t auf einer Geraden liegen.

Bestimmen Sie die Gleichung dieser Geraden.