Symmetrie. Gerade und ungerade Funktionen

Das Schaubild einer Funktion f ist achsensymmetrisch zur y-Achse, wenn $f(-x) = f(x)$ für alle $x \in D_f$ gilt. Die Funktion f ist dann eine gerade Funktion.

Das Schaubild einer Funktion f ist punktsymmetrisch zum Ursprung, wenn $f(-x) = -f(x)$ für alle $x \in D_f$ gilt. Die Funktion f ist dann eine ungerade Funktion.

Aufgabe 1

Untersuchen Sie den Graph der Funktion f mit $f(x) = 2x^4 - 3x^3 + x - 1$ auf Symmetrie.

Lösung:

Die Funktion f mit $f(x) = 2x^4 - 3x^3 + x - 1$ ist eine ganzrationale Funktion.

Sie hat gerade und ungerade Hochzahlen und besitzt daher weder eine Symmetrie zum Ursprung noch eine Symmetrie zur y-Achse.

Aufgabe 2

Untersuchen Sie den Graph der Funktion f mit auf Symmetrie.

a) $f(x) = 2\sin(x)$**; b)** $f(x) = x \cdot \sin(x)$

Lösung:

a) Es gilt: $f(-x) = 2\sin(-x) = 2 \cdot (-\sin(x)) = -2\sin(x) = -f(x)$.
Die Funktion f ist also eine ungerade Funktion und ihr Graph ist punktsymmetrisch zum Ursprung.

b) Es gilt: $f(-x) = -x \cdot \sin(-x) = -x \cdot (-\sin(x)) = x \cdot \sin(x) = f(x)$.
Die Funktion f ist also eine gerade Funktion und ihr Graph ist achsensymmetrisch zur y-Achse.