

# Vorbereitung für das Abitur Baden-Württemberg

## Test 4

### Stochastik

#### Aufgabe 1

Eine Urne enthält 3 rote, 3 schwarze und 3 weiße Kugeln.  
Es werden 3 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse:

- A: Alle Kugeln haben die gleiche Farbe;  
B: Alle Kugeln haben verschiedene Farben.

#### Aufgabe 2

In einer Firma sind 80% der Angestellten männlich. 70% davon besitzen ein Auto.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist einer der zufällig befragten Angestellte männlich und besitzt ein Auto?

#### Aufgabe 3

Ein Affe tippt viermal zufällig auf die Tastatur einer Schreibmaschine mit 30 Tasten.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit schreibt er das Wort Affe.

#### Aufgabe 4

Beim Drehen eines Glücksrades treten die Farben Rot und Gelb mit den Wahrscheinlichkeiten  $\frac{3}{4}$  und  $\frac{1}{4}$  auf. Das Glücksrad wird fünfmal gedreht.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt die Farbe Gelb mindestens einmal auf?

Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt die Farbe Rot dreimal auf?

## Aufgabe 1

Eine Urne enthält 3 rote, 3 schwarze und 3 weiße Kugeln.  
Es werden 3 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse:

**A:** Alle Kugeln haben die gleiche Farbe;

**B:** Alle Kugeln haben verschiedene Farben.

## Lösung:

Ereignis A: „Alle Kugeln haben die gleiche Farbe“.

Es werden entweder 3 schwarze oder 3 weiße Kugeln oder drei rote Kugeln gezogen.

Es gilt, also:

$$P(A) = 3 \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{28}.$$

Ereignis B: „Alle Kugeln haben verschiedene Farben“.

Es werden eine rote, eine schwarze und eine weiße Kugel gezogen.

Es gibt hier drei verschiedene Anordnungen.

Es gilt, also:

$$P(B) = 3 \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{9}{56}.$$

## Aufgabe 2

In einer Firma sind 80% der Angestellten männlich. 70% davon besitzen ein Auto.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist einer der zufällig befragten Angestellte männlich und besitzt ein Auto?

### Lösung:

#### Bedingte Wahrscheinlichkeit

Die durch A bedingte Wahrscheinlichkeit von B (die Wahrscheinlichkeit von B unter der Bedingung, dass A schon eingetreten ist):

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}; P(A) \neq 0.$$

**A:** Der Angestellte ist männlich;

**B:** Der Angestellte besitzt ein Auto.

**ES gilt:**

$$P(A \cap B) = P_A(B) \cdot P(B)$$

$$P_A(B) = 0,7 \cdot 0,8 = 0,56.$$

Die Wahrscheinlichkeit dass einen der zufällig befragten Angestellte männlich ist und ein Auto besitzt beträgt 56%.

## Aufgabe 3

Ein Affe tippt viermal zufällig auf die Tastatur einer Schreibmaschine mit 30 Tasten.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit schreibt er das Wort AFFE?

### Lösung:

Die Wahrscheinlichkeit dass der Affe auf eine Taste drückt ist für alle

Tasten gleich groß:  $p = \frac{1}{30}$ .

$$\text{Es folgt: } P(\text{"AFFE"}) = \left(\frac{1}{30}\right)^4 = \frac{1}{810000}.$$

#### Aufgabe 4

Beim Drehen eines Glücksrades treten die Farben Rot und Gelb mit den Wahrscheinlichkeiten  $\frac{3}{4}$  und  $\frac{1}{4}$  auf. Das Glücksrad wird fünfmal gedreht.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt die Farbe Gelb mindestens einmal auf?

Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt die Farbe Rot dreimal auf?

#### Lösung:

Es gilt:

$P(\text{„mindestens einmal Gelb“})$

$$= 1 - P(\text{„k einmal Gelb“}) = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^5 = 1 - \frac{243}{1024} = \frac{781}{1024}.$$

Es seien:  $X = \text{Anzahl Auftritte der Farbe Rot}$ ;  $n = \text{Anzahl der Drehungen}$ .

Die Zufallsvariable  $X$  ist binomialverteilt mit  $n = 5$  und  $p = \frac{3}{4}$ .

Bernoulli-Formel:  $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$ .

Es gilt:

$$P(X = 3) = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 10 \cdot \frac{27}{64} \cdot \frac{1}{16} = \frac{135}{512}.$$