Vorbereitung für das Abitur

Baden –Württemberg

Test 8

Stochastik

Aufgabe 1

**Eine Urne enthält 2 rote, 3 schwarze und 3 weiße Kugeln.
Es werden 3 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse:
A: Keine Kugel ist rot;
B: Alle Kugeln haben die gleiche Farbe;
C: Alle Kugeln haben verschiedene Farben.**

Aufgabe 2

**Eine Schachtel enthält vier gelbe und einen roter Chip.
Für ein Spiel gelten folgende Regeln: Es wird jeweils einen Chip herausgezogen.
Die roten Chips werden zurückgelegt, die gelben nicht.
Nach einem Einsatz von 1€ darf der Spieler zweimal Ziehen.
Der Spieler erhält:
- 5€ für zwei gezogenen roten Chips;
- 2€ für ein gezogener roten Chips.
Ist das Spiel fair?**

Aufgabe 3

**Ein Feldspieler trainiert mit einem Torwart Elfmeterschießen.
Erfahrungsgemäß trifft der Feldspieler mit der Wahrscheinlichkeit 0,25 nicht das Tor.
Der Torwart hält erfahrungsgemäß Elfmeter mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,2.**

***a*) Mit welcher Wahrscheinlichkeit schießt der Feldspieler Elfmeter-Tore?**

***b*) Formulieren Sie zwei Ereignisse *A* und *B*, so dass gilt:**

$$P(A)=\binom{20}{12}\cdot 0{,}75^{12}\cdot 0{,}25^{8}\;;\quad P(B)=\binom{10}{4}\cdot 0{,}2^{4}\cdot 0{,}8^{6}.$$

Aufgabe 1

Eine Urne enthält 2 rote, 3 schwarze und 3 weiße Kugeln.
Es werden 3 Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse:
A: Keine Kugel ist rot;
B: Alle Kugeln haben die gleiche Farbe;
C: Alle Kugeln haben verschiedene Farben.

Lösung:

Ereignis A: „Keine Kugel ist rot".

Die Wahrscheinlichkeit, dass die erste gezogene Kugel nicht rot ist, beträgt $\frac{6}{8}$**.**
Da es ohne Zurücklegen gezogen wird, beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass die zweite gezogene Kugel nicht rot ist, $\frac{5}{7}$ **und die Wahrscheinlichkeit, dass die dritte gezogene Kugel nicht rot ist,** $\frac{4}{6}$**.**

Es gilt, also: $P(A) = \frac{6}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{14}$**.**

Ereignis B: „Alle Kugeln haben die gleiche Farbe".

Es werden entweder 3 schwarze oder 3 weiße Kugeln gezogen.

Es gilt, also: $P(B) = 2 \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{28}$**.**

Ereignis C: „Alle Kugeln haben verschiedene Farben".

Es werden eine rote, eine schwarze und eine weiße Kugel gezogen.
Es gibt hier drei verschiedene Anordnungen.

Es gilt, also: $P(C) = 3 \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{9}{56}$**.**

Aufgabe 2

Eine Schachtel enthält vier gelbe und einen roter Chip.
Für ein Spiel gelten folgende Regeln: Es wird jeweils einen Chip herausgezogen.
Die roten Chips werden zurückgelegt, die gelben nicht.
Nach einem Einsatz von 1€ darf der Spieler zweimal Ziehen.
Der Spieler erhält:
- 5€ für zwei gezogenen roten Chips;
- 2€ für ein gezogener roten Chips.
Ist das Spiel fair?
Lösung:

Ereignis A: „Beide gezogenen Chips sind rot".

Da der rote Chip zurückgelegt wird, ist die Wahrscheinlichkeit für die beiden gezogenen Chips $\frac{1}{5}$**.**

Es gilt also: $P(A) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$**.**

Ereignis B: „Ein gezogener Chips ist rot".

Es wird entweder einen roten und dann einen gelben Chip, oder einen gelben und dann einen roten Chip gezogen.
Es gilt also:

$$P(B) = \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{4}{25} + \frac{1}{5} = \frac{4}{25} + \frac{5}{25} = \frac{9}{25}.$$

Ereignis C: „Kein gezogener Chip ist rot".

Da die Gelben Chips nicht zurückgelegt werden, gilt: $P(C) = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$**.**

Die Zufallsvariable X **steht für den Auszahlungsbetrag des Spielers.**

Der Erwartungswert der Zufallsvariable X **ist:**

$$E(X) = 5 \cdot \frac{1}{25} + 2 \cdot \frac{9}{25} + 0 \cdot \frac{3}{5} = \frac{5}{25} + \frac{18}{25} = \frac{4}{25} = \frac{23}{25} < 1.$$

Da der Auszahlungsbetrag kleiner als der Einsatz ist, ist das Spiel nicht fair.

Aufgabe 3

Ein Feldspieler trainiert mit einem Torwart Elfmeterschießen. Erfahrungsgemäß trifft der Feldspieler mit der Wahrscheinlichkeit 0,25 nicht das Tor.
Der Torwart hält erfahrungsgemäß Elfmeter mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,2.

***a*) Mit welcher Wahrscheinlichkeit schießt der Feldspieler Elfmeter-Tore?**

***b*) Formulieren Sie zwei Ereignisse *A* und *B*, so dass gilt:**

$$P(A) = \binom{20}{12} \cdot 0{,}75^{12} \cdot 0{,}25^{8}; \quad P(B) = \binom{10}{4} \cdot 0{,}2^{4} \cdot 0{,}8^{6}.$$

Lösung:

***a*) Ein Elfmeter-Tor wird erzielt wenn der Feldspieler das Tor trifft und der Torwart den Ball nicht hält.**

Die Wahrscheinlichkeit mit welcher der Feldspieler Tore schießt ist, also:

$$P(\text{"}Tor\text{"}) = 0{,}75 \cdot 0{,}8 = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{5} = 0{,}6.$$

***b*) Das Experiment „Elfmeter schießen“ ist ein Bernoulli Experiment.**
Es handelt sich um eine Bernoulli-Kette der Länge 20 mit der Trefferwahrscheinlichkeit 0,75.

Das Ereignis A, für welche $P(A) = \binom{20}{12} \cdot 0{,}75^{12} \cdot 0{,}25^{8}$ **gilt, lautet:**
„ Der Feldspieler schießt 20mal und trifft 12mal das Tor“.

Das Experiment „Elfmeter halten“ ist auch ein Bernoulli Experiment.
Es handelt sich um eine Bernoulli-Kette der Länge 10 mit der Trefferwahrscheinlichkeit 0,2.

Das Ereignis B, für welche $P(B) = \binom{10}{4} \cdot 0{,}2^{4} \cdot 0{,}8^{6}$ **gilt, lautet:**

„ Der Torwart hält 4 von 10 geschossene Elfmeter“.