Trigonometrische Gleichungen

Eigenschaften der Sinusfunktion und der Kosinusfunktion

Für jede ganze Zahl $k \in Z$ gilt: $\sin(x + k \cdot 2\pi) = \sin x$ und
$\cos(x + k \cdot 2\pi) = \cos x$.

Die Sinus- und Kosinusfunktion sind auf *IR* definiert.

Eine Funktion f heißt periodisch, wenn es eine Zahl $T \neq 0$ gibt, sodass $f(x + T) = f(x)$ für alle x, $x + T$ aus ihre Definitionsmenge.
Die kleinste positive Zahl T die diese Eigenschaft erweist heißt Periode von f.

Die Sinusfunktion und die Kosinusfunktion sind also periodisch mit der Periode $T = 2\pi$.

Die Schaubilder sind folglich verschiebungssymmetrisch.

Aus $\sin(-x) = -\sin x$ folgt, dass das Schaubild der Sinusfunktion symmetrisch zur Ursprung ist.

Aus $\sin x = \sin(\pi - x)$ folgt, dass das Schaubild der Sinusfunktion symmetrisch zur Geraden $x = \frac{1}{2}\pi$ ist.

Aus $\cos(-x) = \cos(x)$ folgt, dass das Schaubild der Kosinusfunktion symmetrisch zur y-Achse ist.

Aus $\cos x = -\cos(\pi - x)$ folgt, dass das Schaubild der Kosinusfunktion symmetrisch zum Punkt $P\left(\frac{1}{2}\pi \middle| 0\right)$ ist.

Es gilt: $\boxed{(\sin x)' = \cos x}$ und $\boxed{(\cos x)' = -\sin x}$.

Die Wertemenge der Sinusfunktion und der Kosinusfunktion ist jeweils [-1; 1] und der Betrag der Steigungen der Schaubilder ist höchstens 1.

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Lösungen der Gleichung im Intervall [0; 2π]:
cos *x* = 0,9211.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Gleichungen:

1. **sin *x* = 0,5;**
2. **cos *x*=0,5.**

Aufgabe 3

Lösen Sie die Gleichung $\sin(x)\cdot(3-\cos(x))=0,\ x\in[0;2\pi]$**.**

Aufgabe 4

Gegeben ist die Gleichung $4\cdot\cos^2 x-1=0$ **.**
Bestimmen Sie die Lösungen im Intervall [0; 2π):

Aufgabe 5

Lösen Sie die Gleichung $\cos^2 x+5\cdot\cos x+4=0,\ x\in[-2\pi;2\pi]$**.**

Aufgabe 6

Lösen Sie die Gleichung: $4\sin^2 x+2\sin x-2=0,\ x\in[0;2\pi]$**.**

Aufgabe 7

Lösen Sie die Gleichung: $\sin^2 x-\cos^2 x-\cos x=0$ **,** $x\in[0;\pi]$**.**

Aufgabe 8

Gegeben ist die Gleichung $3\cdot\cos^2 x-1=\sin^2 x$ **.**
Bestimmen Sie die Lösungen im Intervall [– 2π; 2π):