

Wahrscheinlichkeitsrechnung 1

Aufgabe 1. Lösung:

A: die Kugel aus der Urne U rausgenommen wird ist weiß;

B: die Kugel aus der Urne V rausgenommen wird ist weiß;

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{5} = \frac{4}{15}.$$

Aufgabe 2. Lösung:

1.A: die erste Kugel ist weiß und die zweite Kugel ist auch weiß;

B: die erste Kugel ist schwarz und die zweite Kugel ist weiß;

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{10} + \frac{4}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{58}{100} = 0,58.$$

2.C: die erste Kugel ist weiß und die zweite Kugel ist schwarz;

D: die erste Kugel ist schwarz und die zweite Kugel ist weiß;

$$P(C \cup D) = P(C) + P(D) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{10} + \frac{4}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{58}{100} = 0,58.$$

Aufgabe 3. Lösung:

A: Es erscheint die Augenzahl 6;

\bar{A} : die Augenzahl 6 erscheint nicht;

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216}.$$

Aufgabe 4. Lösung:

A: Es erscheint die Augenzahl 5;

\bar{A} : die Augenzahl 5 erscheint nicht;

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n > \frac{3}{4}.$$

$$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n > \frac{3}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n < \frac{1}{4} \Leftrightarrow \log\left(\frac{5}{6}\right)^n < \log\frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \log\left(\frac{5}{6}\right) < \log\frac{1}{4} \Leftrightarrow n > \frac{\log\frac{1}{4}}{\log\frac{5}{6}} \approx 7,6.$$

Man muss mindestens 8-mal werfen.

Aufgabe 5. Lösung:

A: man erhält man drei verschiedene Augenzahlen;

Günstige Fälle: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$;

Mögliche Fälle: $6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$;

$$P(A) = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{6^3} = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}.$$

B: man erhält man drei gleiche Augenzahlen;

Günstige Fälle: 6;

Mögliche Fälle: $6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$;

$$P(B) = \frac{6}{6^3} = \frac{6}{216} = \frac{1}{36}.$$

Aufgabe 6. Lösung:

A: Es erscheint die Augenzahl 2 und dann die Augenzahl 3;

B: Es erscheint die Augenzahl 3 und dann die Augenzahl 2;

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}.$$

Aufgabe 7. Lösung:

$$\text{a) } P = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}; \quad \text{b) } P = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}; \quad \text{c) } P = \frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{7}{2}} = \frac{3 \cdot 4}{21} = \frac{4}{7}.$$

Aufgabe 8. Lösung:

$$P = \frac{\binom{10}{2} \cdot \binom{40}{2}}{\binom{50}{4}}.$$

Aufgabe 9. Lösung:

$$P(A) = \frac{\binom{6}{2} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{11}{3}} = \frac{15 \cdot 5}{165} = \frac{5}{11};$$

$$P(B) = \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{5}{33}.$$

Aufgabe 10. Lösung:

$$P = \frac{\binom{18}{4} \cdot \binom{12}{6}}{\binom{30}{10}} = \frac{3060 \cdot 924}{30045015} = \frac{816}{8671} \approx 0,0941.$$