Zeigen Sie, dass die Folge (a_n) mit $a_n = \frac{2^n}{n!}, n \geq 1$ konvergent ist.

<u>Lösung:</u>

<u>Monotonie:</u>

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{2^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{2^n}{n!}} = \frac{2^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{2^n} = \frac{2^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{2^n} = \frac{2^n \cdot 2}{n! \cdot (n+1)} \cdot \frac{n!}{2^n} = \frac{2}{n+1} \geq 1$$

$\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1 \Rightarrow a_{n+1} \geq a_n \ \Rightarrow \ (a_n)$ ist monoton fallend.

<u>Beschränktheit:</u>

(a_n) ist monoton fallend $\Rightarrow \ a_n \leq a_1 = 2$

$\frac{2^n}{n!} > 0 \Rightarrow a_n > 0$

Aus $a_n > 0$ und $a_n \leq 2 \ \Rightarrow \ 0 < a_n \leq 2 \ \Rightarrow \ (a_n)$ ist beschränkt.

<u>Konvergenz:</u>

(a_n) ist monoton fallend und beschränkt, also ist (a_n) auch konvergent.